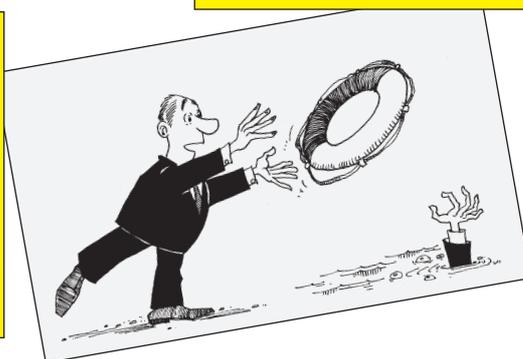


**Решение текстовых задач
геометрическим методом в курсе
математики начальной школы**

Т.Е. Демидова,
А.П. Тонких



Основной метод решения текстовых задач в начальной школе – арифметический. Большинство действующих программ для начальной школы не ставят своей целью формирование у школьников умений решать текстовые задачи геометрическим методом, хотя он широко используется для построения вспомогательных моделей в ходе решения задач различных видов.

В последнее время арсенал учителя начальных классов пополнился учебниками математики, в которых предусмотрено ознакомление учащихся с этим методом решения задач. Так, в учебниках Л.Г. Петерсон приводятся задачи «на движение», решение которых осуществляется с использованием либо конструктивного приема, либо графико-вычислительного – основными приемами геометрического метода решения текстовых задач.

Использование геометрического метода в курсе начальной школы позволяет разнообразить работу по решению задач, способствует ознакомлению учащихся с методом математического моделирования, развивает логическое мышление и познавательный интерес детей. Подробно с этим методом решения текстовых задач и его применениями можно познакомиться в работах, которые приведены в конце статьи.

В данной статье мы приводим подборку задач, которые, на наш взгляд, расширяют границы применения геометрического метода в начальной школе и являются дополнением к системе задач, предложенных в некоторых федераль-

ных комплектах учебников математики для начальных классов. К тому же эти задания может использовать учитель, работающий по любой системе обучения, на внеклассных занятиях. В каждом примере приводится возможный вариант беседы учителя с классом.

Пример 1. Ознакомление учащихся с построением графика движения.

Задача. Петя вышел из города А по шоссе со скоростью 4 км/ч. На каком расстоянии от города А будет мальчик через 5 часов?

– Покажите движение мальчика с помощью числового луча (рис. 1).

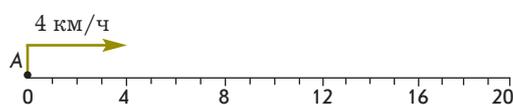


Рис. 1

– На каком расстоянии от города А Петя будет через 5 часов с момента его выхода? (20 км.)

– Какую величину мы откладывали на числовом луче при решении задач на движение? (Расстояние.)

– А как вы узнали, на каком расстоянии от пункта А будет находиться мальчик через 5 часов? ($4 \cdot 5 = 20$.)

– Сегодня мы познакомимся с другим методом решения таких задач на движение. Построим горизонтальную прямую. Отметим на ней начало координат – точку О, как в предыдущем случае. Назовем ее ось Ох. На ней будем откладывать время движения мальчика. Выберем единичный отрезок, равный 1 часу. Чтобы отразить на

чертеже зависимость между временем и расстоянием, нам понадобится еще и вертикальная ось. Проведем через точку O вертикальную ось. Назовем ее ось Oy . На ней будем откладывать расстояние, пройденное мальчиком. Выберем единичный отрезок, равный 1 км. Начало движения Пети обозначим точкой $A(0; 0)$.

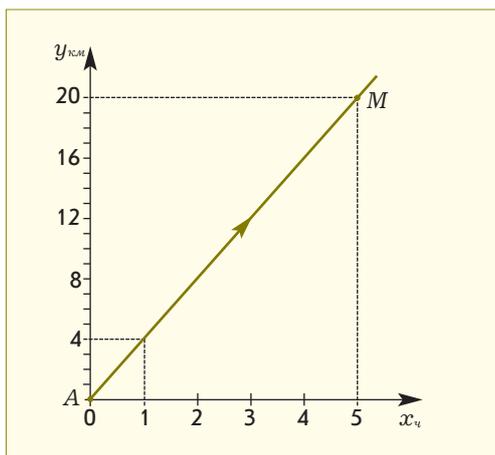


Рис. 2

– Что известно в задаче о движении мальчика? (Он вышел из города A со скоростью 4 км/ч.)

– Поясните, как вы понимаете фразу «вышел со скоростью 4 км/ч». (За 1 час мальчик проходит 4 км.)

– Покажите на оси времени (оси Ox) точку, координата которой 1 ч.

– А теперь на оси расстояния (оси Oy) покажите точку, координата которой 4 км.

– Точка (1; 4) показывает, что Петя за 1 час прошел 4 км. Отметим ее.

– Мальчик движется по прямой. Через найденную нами точку и точку, показывающую начало его движения, проведем прямую. Это и есть график движения мальчика (рис. 2).

– Попробуйте теперь самостоятельно ответить на вопрос задачи. Найдите точку на графике, которая поможет определить, на каком расстоянии от города A будет находиться мальчик через 5 часов после начала его движения. (Точка M .)

– Можно ли по графику узнать,

за какое время Петя пройдет 8 км, 12 км и т.д.?

Пример 2. Ознакомление учащихся с построением графика движения объекта, скорость которого изменяется в процессе движения.

Задача. Из пункта A в пункт B вышел пешеход. Первые 2 часа он шел со скоростью 4 км/ч, затем один час со скоростью 2 км/ч и оставшиеся 3 часа – со скоростью 6 км/ч. Найти расстояние между пунктами A и B . На каком расстоянии от пункта A пешеход был через 6 часов?

– Отметим точку $A(0; 0)$. Построим график движения пешехода за первые 2 часа его движения. (За 1 час он прошел 4 км, за 2 часа – 8 км.)

Отметим точку $C(2; 8)$ и соединим ее с точкой A (рис. 3).

– Что известно о дальнейшем движении пешехода? (Следующий час он шел со скоростью 2 км/ч.)

– Построим график движения пешехода в следующий час его движения. Из какой точки будем продолжать строить этот график? (Из точки C .)

– Почему из точки C ? (Пешеход продолжает двигаться, только с другой скоростью.)

– За следующий час пешеход пройдет 2 км, значит, он будет находиться

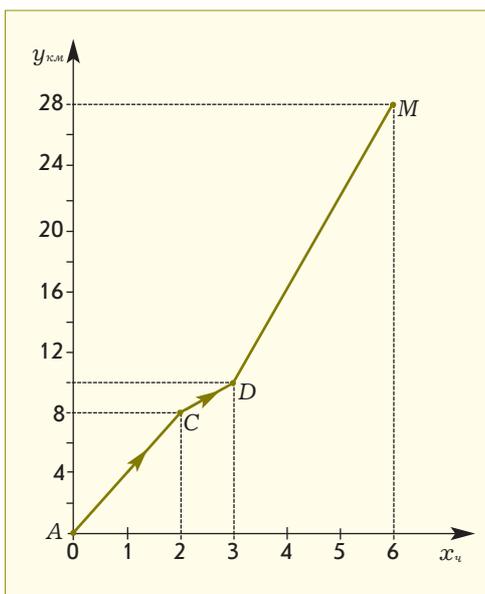


Рис. 3

от точки A на расстоянии 10 км (8 км + 2 км). К этому времени он будет находиться в пути 3 часа. Отметим точку $(3; 10)$. Обозначим эту точку буквой $D(3; 10)$. Соединим точки C и D .

– Пешеход шел еще 3 часа со скоростью 6 км/ч. Построим график движения пешехода за это время.

– За 1 час пешеход прошел еще 6 км, за 3 часа – 18 км, т.е. он будет находиться от точки A на расстоянии 28 км (10 км + 18 км). К этому времени он будет находиться в пути 6 часов. Отметим точку $M(6; 28)$. Следовательно, расстояние между пунктами A и B равно 28 км.

Пример 3. Решение задач на встречное движение с одновременным выходом.

Задача. Отец выехал из села в город на автобусе, одновременно навстречу ему из города в село на велосипеде выехал сын. Между городом и селом расстояние 300 км. На каком расстоянии от села и через какое время произойдет их встреча, если скорость автобуса 60 км/ч, а велосипедиста 15 км/ч?

На доске построен график (рис. 4а).

– Что изображено на графике? (Движение автобуса.)

– Почему? (На графике показано, что за 1 час пройдено расстояние 60 км, т.е. скорость движения – 60 км/ч, а это скорость автобуса.)

– Что обозначает точка A ? (Начальный пункт, из которого выехал отец, – село.)

– Построим график движения велосипедиста.

– Что нам известно о движении велосипедиста? (Он ехал в село из города, т.е. навстречу отцу; его скорость – 15 км/ч.)

– Из какой точки будем строить график его движения? (Из точки B .)

– Почему? (Велосипедист и автобус движутся навстречу друг другу; выехали они в одно и то же время, значит, точка, из которой мы начнем строить график движения велосипедиста, лежит на одной вертикальной прямой с точкой A ; расстояние между городом и селом 300 км, ищем точку $(0; 300)$ – это точка B .)

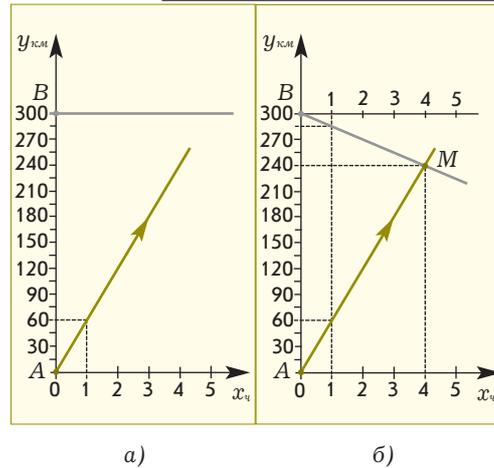


Рис. 4

– Что еще необходимо учитывать при построении графика движения? (Скорость движения.)

– Какова же скорость движения велосипедиста? (15 км/ч.)

– А зачем нам нужна скорость движения? (Для того, чтобы определить расстояние, которое проехал сын за 1 час, – 15 км.)

– Итак, спустя 1 час велосипедист находился на расстоянии 15 км от точки B , т.е. на расстоянии 285 км от точки A . Отмечаем на графике точку $(1; 285)$ и проводим прямую через эту точку и точку $B(0; 300)$. Тем самым мы построим график движения сына на велосипеде. Точка пересечения обоих графиков движения – место встречи отца и сына. Обозначим ее буквой M .

– Чтобы узнать, на каком расстоянии от A и через какое время произошла встреча, проведем из точки M прямые под прямым углом к осям Ox и Oy . Видим, что точка M имеет координаты $(4; 240)$.

– На каком расстоянии от села произойдет встреча отца и сына? (На расстоянии 240 км.)

– Через какое время после начала движения произойдет встреча? (Встреча произойдет через 4 часа.)

Пример 4. Решение задачи «на движение вдогонку».

Задача. Из города A со скоростью 5 км/ч вышел Ваня. Спустя 3 часа в том же направлении из города A выехал Женя на велосипеде

де со скоростью 10 км/ч. Через какое время Женя догонит Ваню?

– Построим график движения Вани (на графике он изображен цветной линией, рис. 5*).

– Построим график движения Жени.

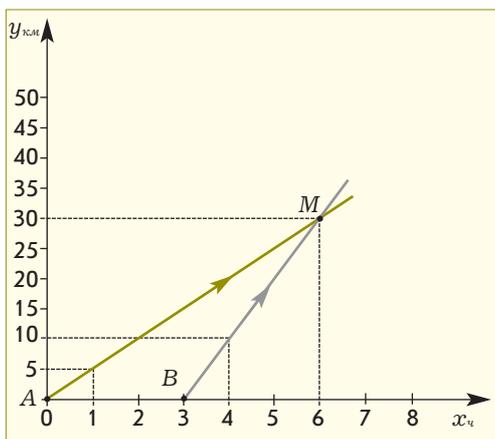


Рис. 5

– Что нам известно о движении Жени? (Он ехал из того же города и в том же направлении со скоростью 10 км/ч.)

– Из какой точки будем строить график его движения? (Из точки В (3; 0).)

– Почему? (Женя выехал из города А, значит, точка, из которой мы начнем строить график его движения лежит на одной горизонтальной прямой с точкой А. Женя выехал на 3 часа позже Вани, ищем точку (3; 0) – это точка В.)

– Что еще необходимо учитывать при построении графика движения? (Скорость движения.)

– Какова же скорость движения Жени? (10 км/ч.)

– Значит, через 1 час после начала движения Жени прошло 4 часа от начала движения Вани. Отмечаем на графике точку (4; 10) и проводим прямую через эту точку и точку В.

– Мы построили график движения

Жени. Точка пересечения графиков движения – место, в котором Женя догонит Ваню. Обозначим ее буквой М. Определяем, что точка М имеет координаты (6; 30). Следовательно, Женя догонит Ваню через 6 часов после начала движения Вани на расстоянии 30 км от города А.

Пример 5. Решение задачи различными способами (с использованием графика и диаграммы).

Задача. Из пункта А в пункт В выехал велосипедист со скоростью 10 км/ч. Одновременно с ним из пункта В в пункт А вышел пешеход со скоростью 5 км/ч. Через какое время произойдет их встреча, если расстояние от А до В составляет 75 км?

На доске дано графическое решение задачи (рис. 6).

– Что изображено на доске? (Решение задачи.)

– Что показывает цветная линия? (График движения велосипедиста.)

– Что показывает серая линия? (График движения пешехода.)

– Почему серая линия выходит из точки В? (Пешеход и велосипедист движутся навстречу друг другу, движение начинают одновременно.)

– Что означает точка М? (Момент встречи пешехода и велосипедиста.)

– Решить эту задачу можно, построив диаграмму. Велосипедист движется из пункта А. За первый час велосипе-

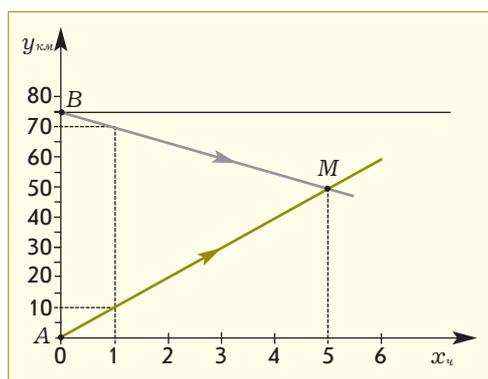


Рис. 6

* Приносим авторам свои извинения в связи с тем, что технические условия не позволяют нам воспроизвести указанные ими цвета (красный и синий) для обозначения разных графиков движения. Учителя могут выбрать те цвета, которые будет удобнее или привычнее использовать детям. – Прим. ред.

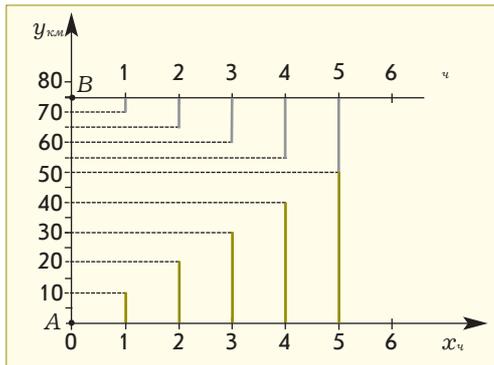


Рис. 7

дист проехал 10 км; проведем цветной вертикальный отрезок длиной 10 км из точки (1; 0) вверх (рис. 7).

Пешеход движется навстречу велосипедисту из пункта В. За первый час пешеход прошел 5 км; проведем вертикальный отрезок серого цвета длиной 5 км из точки (1; 75) вниз.

Велосипедист за два часа проехал 20 км; проведем цветной вертикальный отрезок длиной 20 км из точки (2; 0) вверх. За два часа пешеход прошел 10 км; проведем вертикальный отрезок серого цвета длиной 10 км из точки (2; 75) вниз.

Велосипедист за три часа проехал 30 км; проведем цветной вертикальный отрезок длиной 30 км из точки (3; 0) вверх. За три часа пешеход прошел 15 км; проведем вертикальный отрезок серого цвета длиной 10 км из точки (3; 75) вниз.

Продолжите построение диаграммы. Что вы заметили? (Цветной и серый отрезки «встретились» через 5 часов.)

– Что это означает? (Пешеход и велосипедист встретились через 5 часов.)

Пример 6. Решение задач «на работу».

Задача. Бригада каменщиков может справиться с определенной работой за 8 недель. Через 3 недели после начала работы ей стала помогать другая бригада, которая может справиться с этой работой за 12 недель. За какое время бригады закончат работу?

– Построим график работы первой бригады (рис. 8). По оси Oy откладываем работу, которую необхо-

димо выполнить. Так как о ней ничего не сказано, поставим точку O_1 в любом месте.

– Для удобства проведем еще одну ось времени O_1x_1 .

– Когда закончит работу первая бригада, если будет работать одна? (Через 8 недель.)

– Через точку, соответствующую 8 неделям, проведем вертикальную прямую до пересечения с осью O_1x_1 , так как эта ось означает завершение работы. Обозначим точку пересечения буквой А. Соединим точки О и А. Это график работы первой бригады.

– Построим график работы второй бригады. Предположим, что бригадам надо вырыть траншею определенной длины. Первая бригада начала рыть траншею с одной стороны, а вторая движется ей навстречу.

– Откуда начнем строить график работы второй бригады? (Из точки В.)

– Почему? (Бригады движутся навстречу друг другу, вторая бригада начала работать позже на 3 недели.)

– За какое время вторая бригада может выполнить задание, работая одна? (За 12 недель.)

– Какая точка соответствует окончанию работы второй бригады, если она будет работать одна? (Точка (0; 15).)

– Почему? (Вторая бригада начала работать после того, как первая уже отработала 3 недели (3 нед. + 12 нед. = 15 нед.). Поэтому она выполнит работу спустя 15 недель после начала выполнения работы первой бригадой.)

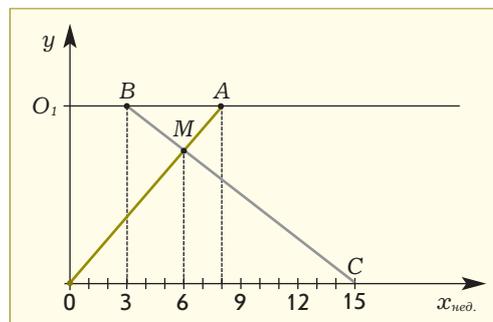


Рис. 8

– Отметим на чертеже точку $C(0; 15)$. Проведем прямую через точки B и C . Это график работы второй бригады.

– Что означает точка пересечения графиков работы двух бригад? (Работа выполнена.)

– Обозначим ее буквой M . Определяем, что координата точки M на оси Ox равна 6. Следовательно, бригады закончат работу за 6 недель.

Задача. На заводе работают два цеха по выпуску кроватей. Первый цех выпускает в день 40 кроватей, а второй – 80. На завод поступил заказ на 360 кроватей. Через сколько дней заказ будет выполнен, если цеха начнут работать вместе? Решите задачу, используя график и диаграмму.

Решение задачи оставляем без комментариев, оно показано на рис. 9.

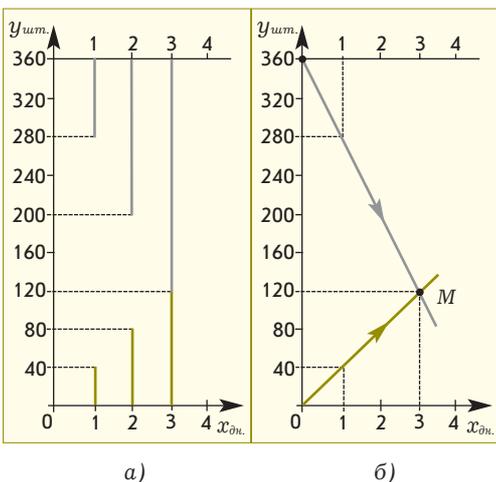


Рис. 9

Пример 7. Составление задачи по ее графическому решению.

1. На доске показаны графики движения (рис. 10).

– Что изображено на графике? (Графики движения двух тел.)

– Что можно узнать по этим графикам о движении тел? (Тела выходят одновременно из одной точки, движутся в одном направлении; скорость движения первого тела 60 км/ч, скорость второго – 120 км/ч; через 3 часа первое тело будет на расстоянии 180 км от начальной точки, второе – на расстоянии 360 км.)

– Составьте задачу о движении двух тел по данному решению.

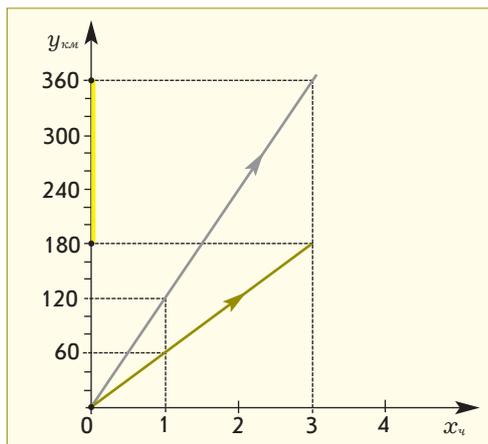


Рис. 10

Дети составляют тексты задач. Несколько вариантов зачитываются вслух и анализируются. Например: «Из города одновременно в одном направлении выезжают легковая и грузовая машины. Грузовая машина едет со скоростью 60 км/ч, легковая – со скоростью 120 км/ч. На каком расстоянии друг от друга окажутся машины через 3 часа?»

2. На доске показаны графики движения (рис. 11).

– Что изображено на графике? (Графики движения двух тел.)

– Что можно узнать по этим графикам о движении тел? (Тела выходят одновременно из разных точек, находящихся на расстоянии 100 км друг от друга; они движутся в одном направлении; скорость движения первого тела 80 км/ч, скорость второго – 60 км/ч; через 5 часов второе тело догонит первое.)

– Составьте задачу о движении двух тел по данному решению.

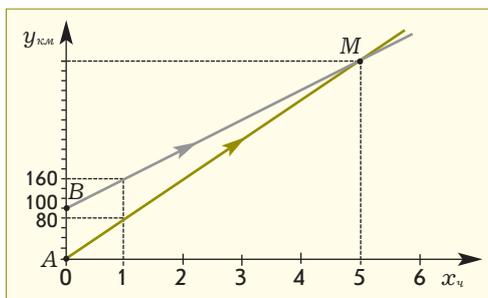


Рис. 11

Дети предлагают различные задачи, например: «Из города A выезжает автомобиль со скоростью 80 км/ч. Одновременно с ним из города B , находящегося на его маршруте движения в 100 км от города A , в том же направлении выезжает второй автомобиль со скоростью 60 км/ч. Через сколько времени первый автомобиль догонит второй?» или: «Из города A в направлении города B выезжает автомобиль со скоростью 80 км/ч. Одновременно с ним из города B , находящегося на 100 км дальше от города A , в том же направлении выезжает второй автомобиль со скоростью 60 км/ч. На каком расстоянии от города A первый автомобиль догонит второй?»

3. Составьте задачу по данному решению (рис. 12).

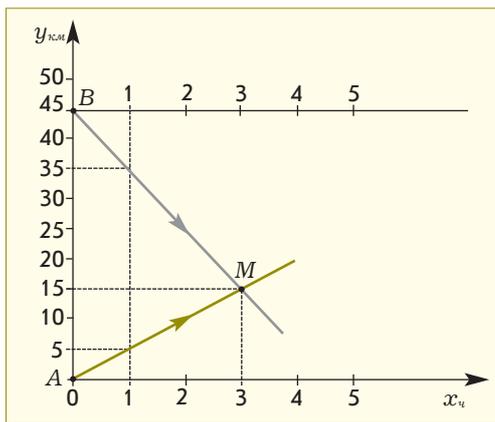


Рис. 12

Дети предлагают различные варианты, например: «Пешеход и велосипедист вышли одновременно навстречу друг другу из двух городов, расстояние между которыми равно 45 км. Скорость велосипедиста – 10 км/ч. С какой скоростью шел пешеход, если через 3 часа после начала их движения они встретились?»

Пример 8. Сравнение чертежа и текста задачи.

На доске два чертежа (рис. 13) и текст задачи. Детям предлагается выбрать из двух чертежей тот, который является решением данной задачи.

Задача. Сережа вышел из пункта A со скоростью 5 км/ч. После того как он

прошел 10 км, из пункта A в том же направлении выехал на велосипеде Андрей со скоростью 10 км/ч. Через какое время Андрей догонит Сережу?

– Что сказано в задаче о движении велосипедиста? (Он вышел после того, как пешеход прошел уже 10 км.)

– Рассмотрим первый график (рис. 13а). Может ли график движения велосипедиста начинаться из точки $D(0; 10)$? Почему? (Если велосипедист начал двигаться из пункта D , то это значит, что пешеход и велосипедист начали двигаться одновременно, но из разных мест.)

– Таким образом, первый чертеж не является решением задачи. Перейдем ко второму чертежу (рис. 13б).

– Кто вышел первым? (Пешеход.)

– Когда выехал велосипедист? (Когда пешеход прошел уже 10 км.)

– По графику движения пешехода определите, за какое время пешеход пройдет 10 км? (За 2 часа.)

– Через какое же время начнет двигаться велосипедист после выхода пешехода? (Через 2 часа.)

– Что еще известно о начале движения велосипедиста? Из какого пункта он выехал? (Велосипедист выехал из пункта A .)

– Что необходимо учитывать, чтобы найти точку начала движения велосипедиста? (Он выехал из пункта A – значит, точка, из которой мы начнем строить график его движения, лежит на прямой Ox ; велосипедист начал движение через 2 часа после выхода пешехода – значит, он выехал из точки $B(2; 0)$.)

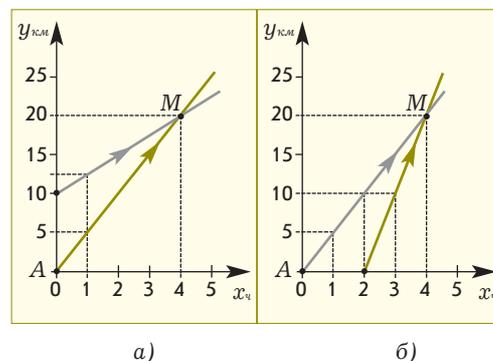


Рис. 13

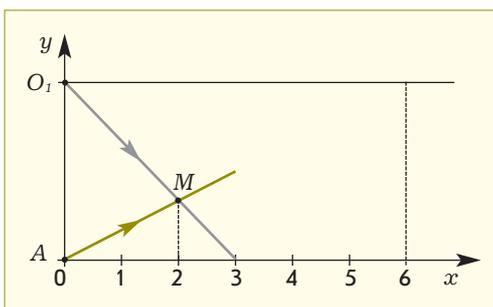


Рис. 14

– Правильно ли построены графики движения пешехода и велосипедиста? (Да.)

– Второй чертеж является решением задачи.

На доске записаны два текста задач и графическое решение (рис. 14).

Задача 1. Два автомобиля – «Жигули» и «Волга» – выехали одновременно навстречу друг другу из двух городов. Автомобиль «Жигули» доезжает до города *B* за 6 часов. Через какое время встретятся автомобили, если известно, что автомобиль «Волга» на дорогу от города *B* до *A* тратит всего 3 часа?

Задача 2. Одна бригада плотников может построить забор за 6 дней. Другая бригада справляется с этим заданием за 3 дня. Сколько времени понадобится на строительство забора, если бригады плотников будут работать вместе?

– Решением какой задачи является данный чертеж? (Он подходит к обеим задачам.)

– Почему? (В первой задаче говорится о двух бригадах, выполняющих вместе определенную работу, во второй – о двух автомобилях, движущихся навстречу друг другу. В задачах приводятся одинаковые числовые данные. Величины, о которых идет речь в обеих задачах, связаны одинаковой пропорциональной зависимостью. Автомобили встретятся через 2 часа, бригады закончат работу через 2 дня.)

Литература

1. Демидова Т.Е., Тонких А.П. Теория и практика решения текстовых задач: Учеб. пос. для студ. высш. пед. учеб. заведений. – М.: Изд. центр «Академия», 2002.

2. Тонких А.П., Демидова Т.Е. О решении текстовых задач геометрическим методом // Начальная школа: плюс–минус. 2000. № 4.

Тамара Евгеньевна Демидова – канд. пед. наук, доцент кафедры методики начального обучения Брянского государственного университета;

Александр Павлович Тонких – канд. физ.-мат. наук, зав. кафедрой методики начального обучения Брянского государственного университета.