

Обучение решению уравнений в начальных классах

В.В. Смирнова

Большую трудность для детей младшего школьного возраста представляет умение решать даже простые уравнения. Основано это умение на знании взаимосвязи компонентов и результатов арифметических действий. У многих учителей начальных классов на стене рядом с доской можно увидеть таблицы образца:

$$\begin{array}{ccccccc} \text{слагаемое} & & \text{слагаемое} & & \text{сумма} & & \\ 2 & + & 3 & = & 5, & & \\ \bullet & & \bullet & & \bullet & & \bullet \end{array}$$

которые нужного эффекта не дают. Я в своей долголетней практике пришла к другому выводу. Вместе с детьми по мере изучения всех четырех арифметических действий мы постепенно составляем таблицу взаимосвязи компонентов и результатов арифметических действий в таком виде:

Слагаемое + слагаемое = сумма
Уменьшаемое - вычитаемое = разность
Множимое · множитель = произведение
Делимое : делитель = частное

Устанавливаем, что каждый компонент арифметического действия имеет свое конкретное место, которое никогда не меняется. Периодически в начале урока дети на листочках самостоятельно составляют эту таблицу, подчеркивают те компоненты, которые принимают наибольшее значение. Таким образом я выясняю, насколько прочно дети усвоили связь между компонентами и результатами всех четырех арифметических действий.

Такой вид работы я провожу до тех пор, пока знания детей о взаимосвязи компонентов и результатов арифметических действий не будут доведены до автоматизма.

Ознакомление с решением уравнений я провожу, опираясь на следующие схемы.

$$\begin{array}{l} \text{I. } 4 + 3 = 7 \\ \text{I слаг.} \quad \text{II слаг.} \\ \underbrace{4 \quad 3} \\ 7 \\ \text{сумма (целое)} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{I слаг.} \quad \text{II слаг.} \\ \underbrace{x \quad 3} \\ 7 \\ \text{сумма} \\ x + 3 = 7 \\ x = 7 - 3 \\ x = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \underbrace{4 \quad y} \\ 7 \\ 4 + y = 7 \\ y = 7 - 4 \\ y = 3 \end{array} \quad \begin{array}{l} \underbrace{4 \quad 3} \\ b \\ 4 + 3 = b \\ b = 7 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{II. Уменьшаемое} \quad \text{вычитаемое} \quad \text{разность} \\ 10 \quad - \quad 8 \quad = \quad 2 \\ \text{вычит.} \quad \text{разн.} \quad \text{вычит.} \quad \text{разн.} \\ \underbrace{8 \quad 2} \\ 10 \\ \text{уменьш.} \end{array} \quad \begin{array}{l} \underbrace{x \quad 2} \\ 10 \\ \text{уменьш.} \\ 10 - x = 2 \\ x = 10 - 2 \\ x = 8 \end{array}$$

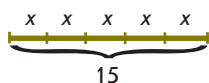
$$\begin{array}{l} \underbrace{8 \quad b} \\ 10 \\ 10 - 8 = b \\ b = 2 \end{array} \quad \begin{array}{l} \underbrace{8 \quad 2} \\ a \\ a - 8 = 2 \\ a = 8 + 2 \\ a = 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{III. Множимое} \quad \text{множитель} \quad \text{произведение} \\ 4 \quad \cdot \quad 3 \quad = \quad 12 \\ \text{множ.} \quad \text{множ.} \quad \text{множ.} \\ \underbrace{4 \quad 4 \quad 4} \\ 12 \\ \text{произведение} \end{array} \quad \begin{array}{l} \underbrace{x \quad x \quad x} \\ 12 \\ \text{произведение} \end{array}$$

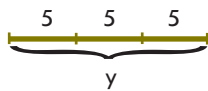
$$\begin{array}{l} x \cdot 3 = 12 \\ x = 12 : 3 \\ x = 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{IV. Делимое} \quad \text{делитель} \quad \text{частное} \\ 15 \quad : \quad 3 \quad = \quad 5 \\ \text{част.} \quad \text{част.} \quad \text{част.} \\ \underbrace{5 \quad 5 \quad 5} \\ 15 \\ \text{делимое} \end{array} \quad \begin{array}{l} \underbrace{\quad \quad \quad} \\ 15 \\ \text{делимое} \end{array}$$

$$\begin{aligned} 15 : x &= 5 \\ x &= 15 : 5 \\ x &= 3 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} 15 : 3 &= x \\ x &= 5 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} y : 3 &= 5 \\ y &= 5 \cdot 3 \\ y &= 15 \end{aligned}$$

Два вида деления: на равные части и по содержанию.

С помощью этих чертежей показываю взаимосвязь между действиями сложения и вычитания, умножения и деления.

Такой способ обучения решению уравнений позволяет вести учебный процесс с большим опережением. Даже во 2-м классе начальной школы можно научить детей решать и сложные уравнения.

Например, запись решения уравнения принимает такой вид:

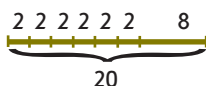
$$\begin{aligned} \underbrace{2 \cdot x}_{\text{I слаг.}} + \underbrace{8}_{\text{II слаг.}} &= \underbrace{20}_{\text{сумма}} \\ \underbrace{2 \cdot x + 8}_{20} & \end{aligned}$$

$$\underbrace{\text{по } 2 \text{ } x \text{ раз}}_{12}$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot x &= 20 - 8 \\ 2 \cdot x &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= 12 : 2 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

$$2 \cdot 6 + 8 = 20$$



Прежде чем начать решать уравнение, устанавливаем действия I и II ступеней (сильные и слабые действия) и определяем названия компонентов и результатов арифметических действий. При этом я говорю детям, что между компонентами уравнения идет спор: кто сильнее к себе потянет $x - 2$ или 8, и почему? Ставим

стрелку. Значит, $2 \cdot x$ идет как одно число, оно стоит перед знаком «плюс» и является I слагаемым. Прямо под данным уравнением делаем чертеж, подписываем названия компонентов, находим компонент с наибольшим значением и подчеркиваем его.

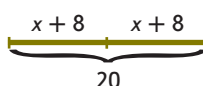
Постепенно сложное уравнение приводим к простому. Получилось уравнение $2 \cdot x = 12$. Под ним тоже делаем чертеж, называем компоненты действия умножения. Решаем и делаем проверку по данному уравнению и чертежу.

Уравнение $2 \cdot x + 8 = 20$ сопоставляем с уравнением $2 \cdot (x + 8) = 20$. Выясняем, почему уравнения решаются по-разному и компоненты называются по-разному. (Обратить внимание на скобки!) Делаем чертеж к обоим уравнениям, сравниваем:

$$\begin{aligned} \underbrace{2 \cdot x}_{\text{I слаг.}} + \underbrace{8}_{\text{II слаг.}} &= \underbrace{20}_{\text{сумма}} \\ \underbrace{2 \cdot x + 8}_{20} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot x &= 20 - 8 \\ 2 \cdot x &= 12 \\ x &= 12 : 2 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \cdot \underbrace{(x + 8)}_{\text{множ.}} &= \underbrace{20}_{\text{произвед.}} \\ \text{(По } (x + 8) \text{ берем 2 раза.)} & \end{aligned}$$



Применяем переместительное свойство умножения:

$$\begin{aligned} x + 8 &= 20 : 2 \\ x + 8 &= 10 \\ x &= 10 - 8 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

В конце делаем вывод.

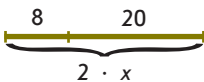
Затем провожу упражнения над уравнением $2 \cdot x + 8 = 20$.

1. Ставлю вопрос: как нужно изменить знак, чтобы компоненты назывались *уменьшаемое*, *вычитаемое*, *разность*, учитывая, что $2 \cdot x$ идет как одно число?

уменьш. вычит. разн.

$$2 \cdot x - 8 = 20$$

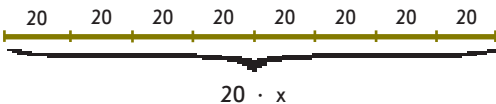
Подчеркиваем компонент с наибольшим значением, делаем чертеж и решаем:



$$\begin{aligned} 2 \cdot x &= 8 + 20 \\ 2 \cdot x &= 28 \\ x &= 28 : 2 \\ x &= 14 \end{aligned}$$

2. Как нужно изменить знак, чтобы компоненты назывались *делимое*, *делитель*, *частное*, учитывая, что $2 \cdot x$ — одно число? Также подчеркиваем компонент с наибольшим значением:

$$2 \cdot x : 8 = 20$$



$$\begin{aligned} 2 \cdot x &= 20 \cdot 8 \\ 2 \cdot x &= 160 \end{aligned}$$

3. Как будут называться компоненты, если уравнение будет иметь такой вид:

$$a) \underbrace{(2 \cdot x)}_{\text{множ.}} \cdot \underbrace{8}_{\text{множ.}} = \underbrace{20}_{\text{произвед.}}$$



$$2 \cdot x = 20 : 8$$

По $(2 \cdot x)$ взяли 8 раз.

- б) $2 + x \cdot 8 = 20$
- в) $(2 - x) \cdot 8 = 20$
- г) $2 \cdot x \cdot 8 = 20$
- д) $2 : (x \cdot 8) = 20$

Такие сложные уравнения я обучаю детей решать другим способом, применяя схематический рисунок весов:

$$\begin{aligned} 2 \cdot x + 8 &= 20 \\ \underbrace{2 \cdot x + 8} &\left\{ \begin{array}{l} 20 \\ 20 - 8 \end{array} \right. \\ \underbrace{2 \cdot x + 8 - 8} &\left\{ \begin{array}{l} 20 \\ 20 - 8 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Весы находятся в равновесии. Я ставлю вопрос: как «избавить-

ся» от числа 8? В таком случае дети сами могут догадаться, что если из каждой чаши весов убрать по 8, то равновесие сохраняется.

$$\begin{aligned} 2 \cdot x + 8 - 8 &= 20 - 8 \\ 2 \cdot x &= 20 - 8 \\ 2 \cdot x &= 12 \\ x &= 12 : 2 \\ x &= 6 \end{aligned}$$

Если число 8 убрать только с левой чаши, то весы будут не в равновесии.

$$\underbrace{2 \cdot x + 8 - 8} \left\{ \begin{array}{l} 20 \\ 20 \end{array} \right.$$

Значит, 8 надо убрать с обеих чаш.

$$\begin{aligned} 2 \cdot (x + 8) &= 20 \\ (x + 8) \cdot 2 &= 20 \\ &(\text{переместительное свойство}) \end{aligned}$$

$$\underbrace{(x + 8) \cdot 2 : 2} \left\{ \begin{array}{l} 20 : 2 \\ 20 : 2 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} (x + 8) \cdot 2 : 2 &= 20 : 2 \\ x + 8 &= 10 \\ x &= 10 - 8 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

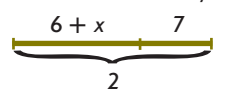
В этом уравнении нужно «убрать» число 2. При решении уравнений таким способом нужно обратить особое внимание на то, что сложение и деление — это взаимообратные арифметические действия.

После решения данных уравнений разными способами сопоставляем ответы.

Иногда даю для решения такие уравнения, которые имеют отрицательные корни. Вместе с детьми устанавливаем, почему не решается данное уравнение и что нужно изменить, чтобы оно решалось.

Например:

$$(6 + x) + 7 = 2$$



$$6 + x = 2 - 7$$

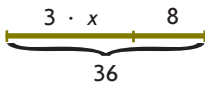
Обязательно находим тот компонент, который принимает наибольшее значение, и определяем, как он называется. Дети сами догадываются, что сумма не может быть меньше одного из слагаемых.

Для закрепления умения определять компоненты и результаты арифметических действий при решении сложных уравнений провожу ряд упражнений. Например:

1. Во множестве сложных уравнений дети должны выбрать уравнения с компонентами и результатами арифметических действий сложения, вычитания, умножения и деления, решая их. Объясняем, почему.

$$\begin{array}{ll} (x+8) - 15 = 32 & (y-7) + 4 = 18 \\ 18 : (x-5) = 6 & 4 + (y-7) = 18 \\ 18 : x - 5 = 6 & в : 5 \cdot 6 = 30 \\ (5+y) : 2 = 12 & 17 - (k-5) = 10 \\ 5 + y : 2 = 12 & (17-k) - 5 = 10 \end{array}$$

2. По данным чертежам составить всевозможные уравнения:



$$\underbrace{3 \cdot x + 8}_{\text{I слаг. II слаг. сумма}} = 36$$

$$\begin{array}{l} 36 - 3 \cdot x = 8 \\ \text{уменьш. вычит. разн.} \\ 3 \cdot x = 36 - 8 \\ \text{множ. множ. произвед.} \end{array}$$



$$\underbrace{x \cdot 4 + 18}_{\text{I слаг. II слаг. сумма}} = 42$$

$$42 - x \cdot 4 = 18$$

уменьш. вычит. разн.

$$x \cdot 4 = 42 - 18$$

I множ. II множ. произвед.

$$\underbrace{(42 - 18)}_{\text{делимое}} : \underbrace{x}_{\text{делитель}} = \underbrace{4}_{\text{частное}}$$



$$\underbrace{5 \cdot x + 6}_{\text{I слаг. II слаг. сумма}} = x$$

$$x - 5 \cdot 3 = 6$$

уменьш. вычит. разн.

$$\underbrace{(x-6)}_{\text{делимое}} : \underbrace{5}_{\text{делитель}} = \underbrace{3}_{\text{частное}}$$

$$\underbrace{5 \cdot 3}_{\text{I слаг.}} + \underbrace{6}_{\text{II слаг.}} = \underbrace{x}_{\text{сумма}}$$

В каждом из полученных уравнений определяем названия компонентов и результатов арифметических действий. Такая работа проводится коллективно на доске и в тетрадях. Обращаю внимание детей на то, что каждый раз «целое» «превращается» в разные компоненты арифметических действий и как они между собой взаимосвязаны.

Таким образом я, постепенно усложняя задания, научила детей к концу 2-го класса неплохо разбираться в сложных уравнениях. Умение решать сложные уравнения очень помогает при решении задач с составлением уравнений. У детей развивается логическое мышление и большой интерес к математике.

Валентина Владимировна Смирнова – учитель начальных классов Моргауиской средней школы, Чувашская Республика.

1-й класс дежурит по школе. Учитель просит детей выйти в коридор на дежурство. Коля возвращается недовольный.

Учитель: Что случилось?

Коля низко опускает голову и молчит.

Учитель: Коля, тебя кто-то обидел?

Коля: Нет.

Учитель: Ну, иди тогда дежурить.

Коля (печально): А там никто не бежит...